ХМЕЛИНСКАЯ М. М. (Москва)

ИЗ ОПЫТА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЯЗЫКА В КУРСЕ АЛГЕБРЫ VI И VII КЛАССОВ

В традиционном обучении математике логический язык математики обычно не используется.

Однако связи между математическими понятиями и фактами, понимание которых необходимо для объединения знаний в некоторую достаточно прочную структуру, носят логический характер. В школьном курсе математики часто встречаются ситуации, когда одно предложение следует из другого или из других, но ни на одном этапе обучения не разъясняется, что значит „следует". Учащихся не знакомят со свойствами логических операций. Это порождает существенные недостатки в знаниях учащихся, снижает воспитательный эффект курса математики, в результате изучения которого учащиеся должны научиться рассуждать, анализировать, обобщать.

Вопросы воспитания логического мышления учащихся в связи с изучением математики в последнее время привлекают внимание ученых, методистов и многих учителей. Хотя эти вопросы уже давно обсуждаются в методической литературе, на различных конференциях и съездах по математическому образованию, все же и до настоящего времени они не получили удовлетворительного ответа. Мнение о том, что навыки логического мышления вырабатываются сами собой в процессе изучения математики и других предметов, опровергаются жизнью. Грубые логические ошибки допускают школьники и даже студенты, хорошо успевающие по математике. Мы не утверждаем, что нужно ввести логику в школу в качестве отдельного предмета, но некоторые из тех логических операций и средств вывода, которые используются в школьном курсе математики, должны изучаться на уроках математики. Все большее признание получает точка зрения, согласно которой в процессе обучения математике нужно специально учить рассуждать.

В данной статье описывается эксперимент по введению и использованию элементов логико-математического языка в курсе алгебры VI и VII классов. В основу эксперимента были положены следующие принципы:

1. Изучение теоретико-множественных и логических понятий является не дополнением к преподаванию алгебры, а его неотъемлемой частью.

2. Это изучение не концентрируется в одном месте курса, а проводится постепенно без выделения специальной темы.

3. Новые теоретико-множественные и логические понятия даются учащимся на конкретном математическом, а также на нематематическом, взятом из жизни, материале.

4. Усвоенный учащимися теоретико-множественный и логический аппарат в дальнейшем широко используется в обучении.

В начале курса алгебры VI класса учащиеся ознакомились с понятиями „множество“, „принадлежность элемента множеству“, „подмножество“.

При изучении темы „Алгебраические выражения“ в VI классе были рассмотрены следующие понятия логико-математического языка: переменная, выражения с переменной, высказывания, предложения с переменной (формулы).

Переменная есть символ, вместо которого разрешается подставлять имена предметов из определенной области. С переменной неразрывно связывается область ее возможных значений. В записи переменная играет роль держателя того места, на которое может быть поставлено имя некоторого элемента из множества значений переменной. В математике в качестве таких символов употребляются буквы (обычно берутся строчные буквы латинского алфавита). Обозначая переменную буквой, полагается одновременно задавать область допустимых значений этой переменной.

Например, запись $x+y$ имеет смысл лишь тогда, когда указано множество, элементы которого можно ставить вместо символов x и y. Это может быть множество натуральных чисел, множество действительных чисел, множество векторов, множество углов и т. д.

В начальной алгебре ограничиваются числовыми переменными, т. е. такими переменными, область значений которых — числовое множество.

Примеры.

1. Значениями переменной n являются числа 3, 5, 7, 9. Найти множество значений выражения $n+8$.

2. Значениями переменной m являются 2, 4, 6, 8, 10. Найти множество значений каждого выражения: а) $m-1$; б) $3m$.

При дальнейшем изучении выражений мы ввели на конкретных примерах описательное определение понятия выражения, показывающее, как из элементарных выражений можно составить сложные при помощи знаков операций и скобок. Это вводилось так.

Отдельная цифра (например, 5, 9) или конечная последовательность цифр (например 59, 559) является выражением. В дальнейшем каждую переменную будем также считать выражением. Такие выражения можно назвать элементарными. Из элементарных выражений при помощи знаков операций и скобок составляются новые выражения, не содержащие переменных (числовые выражения), и выражения, содержащие переменные (выражения с переменной).

Примеры.

1. a, 5, b, 9, 59, 0.

2. $a+5$, $a+b$, $5a$, $9b$, $\frac{a}{b}$, $9-a$, $9-5$.

3. $(a+5)+b$, $(a+5)\cdot b$, $\frac{a+5}{b}$, $\frac{9-5}{39}$.

Числовые выражения и выражения с переменной мы сравнивали с помощью таблицы:

Числовые выражения	Выражения с переменной
5	a
$3+7$	$x+y$
$3-7$	$x-y$
$3\cdot 7$	$x\cdot y$
$\frac{3}{7}$	$\frac{x}{y}$
$\frac{3+7}{5}$	$\frac{x+y}{a}$
$6(3+14)$	$m(x+y)$

Важно, чтобы учащиеся уяснили себе, в чем состоит отличие числового выражения от выражения с переменной. Числовое выражение есть запись какого-то числа. Выражение с переменной — это форма для отыскания числа, указатель тех действий, которые надо выполнить, чтобы найти значение выражения при указанных значениях переменных.

При составлении выражений необходимо подчеркивать значение скобок как эффективного средства математического языка. Польский профессор С. Страшевич[1] предлагает, например, для лучшего понимания роли скобок как знаков, позволяющих выделить определенное целое, не придерживаться строго соглашений о случаях опускания скобок, а разрешать учащимся на разных этапах обучения писать $(2+3)\cdot 5=(2\cdot 5)+(3\cdot 5)$, не считая это за ошибку. Это замечание, на наш взгляд, заслуживает внимания.

В процессе изучения алгебры мы пытались сформировать представление о том, что в математике так же, как и в русском языке, мысль выражается в виде предложения или ряда предложений, для записи которых

[1] С. Страшевич. Отношения между арифметикой и алгеброй в преподавании детям возраста до 15 лет, „Математика в школе", 1965, № 2.

употребляются специальные знаки (символы). Записывая предложение при помощи математических символов, мы кратко выражаем математическую мысль предложения.

Учащимся предлагались предложения двух видов: числовые предложения и предложения с переменной.

Если два числовых выражения соединить символом сравнения,[1] то получится числовое предложение.

Примеры.

$$5+6\cdot2>12; \qquad (1)$$
$$3\cdot2+4=12; \qquad (2)$$
$$3\cdot2+4<12. \qquad (3)$$

Предложения (1), (3) верные, а предложение (2) неверное.

Предложение, относительно которого можно сказать, что оно верно (истинно) или неверно (ложно), будем называть высказыванием.

С учащимися рассматривались высказывания и нематематического характера. Например, выяснялось, истинно или ложно каждое из следующих высказываний:

а) Киев находится в Европе.

б) Иркутск находится в Европе.

в) Река Днепр впадает в Черное море.

Чтобы подвести учащихся к понятию предложения с переменной, мы рассмотрели такое упражнение:

«Какие из следующих предложений являются высказываниями:

а) Ученик VI „А“ класса школы № 444 Ворончев получил оценку „4“.

б) Ученик VI „А“ класса школы № 444 ... получил оценку „4“.

в) $5,6+6,4=12$. д) $x+6,4=12$.

г) $5,6+6,4>12$. е) $5,6+x>12$?»

На вопрос б) учащиеся обычно отвечали: „Вы не записали фамилию ученика“.

Таким образом, они приходили к выводу, что о предложении с „пустым местом“ нельзя сказать, истинно оно или ложно. Если в этом предложении заполнить

[1] Символами сравнения являются знаки для обозначения отношений „больше“ $>$, „меньше“ $<$, „равно“ $=$, „меньше или равно“ $\leqslant$, „больше или равно“ $\geqslant$.

пустое место, подставив фамилию какого-нибудь ученика, то получим высказывание истинное или ложное. Необходимо подчеркнуть, что вместо знака «...» можно подставить фамилию учащегося только из списка VI „А“ класса.

В данном случае формируется понятие переменной, которое мыслится в неразрывной связи с областью определения переменной.

Предложения д) и е) также не являются ни истинными, ни ложными. Если на место переменной x подставить какое-нибудь число, то получим истинное или ложное высказывание.

Если два выражения, из которых хотя бы одно содержит переменную, соединить символом сравнения, то получим предложение с переменной.

Уравнения рассматривались как предложения с переменной, содержащие знак $=$, неравенства — как предложения с переменной, содержащие знаки $<$, $>$, $\leqslant$, $\geqslant$.

Введение обобщающего термина „предложение с переменной“ дает возможность изучать уравнения и неравенства параллельно.

Для того чтобы учащиеся понимали, что буквой в уравнении (неравенстве) обозначается переменная, полезно рассматривать с ними такого рода упражнения:

1) Пусть в неравенстве $x > 8$ переменная x принимает значения из множества $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11\}$. Составить множество B всех значений x, которые обращают неравенство $x > 8$ в истинное высказывание.

2) y — переменная, область значений которой $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. При каких значениях y следующие предложения обратятся в истинные высказывания: а) $2 + y = 8$; б) $y > 4$; в) $3y = 45$; г) y — квадрат целого числа?

Учащиеся убеждаются, что при одних значениях переменной получаются истинные высказывания, при других — ложные.

Значение переменной, при котором предложение с переменной становится истинным высказыванием, будем называть решением предложения с переменной.

Множество решений предложения с переменной содержит все числа, которые являются решениями предложения с переменной, и не содержит никаких других чисел.

Примеры.

1. Найти множество решений уравнения $3x=41$, где $x \in Q$ (Q — множество рациональных чисел).

Если число $\frac{41}{3}$ подставим вместо x, то получим истинное высказывание $3 \cdot \frac{41}{3}=41$; $\frac{41}{3}$ — единственное решение данного уравнения, так как, подставляя вместо x все другие числа из множества рациональных чисел, получим ложные высказывания.

Множество решений: $\left\{\frac{41}{3}\right\}$.

2. Найти множество решений уравнения $3x=41$, где $x \in N$ (N — множество натуральных чисел).

Нет такого натурального числа, при подстановке которого уравнение становится истинным высказыванием. Поэтому множество решений данного уравнения является пустым, т. е. уравнение не имеет решения на множестве натуральных чисел.

3. Найти множество решений неравенства $x<6$, где $x \in N$.

Если подставить вместо x любое число множества $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, то $x<6$ становится истинным высказыванием. Следовательно, множество решений неравенства $x<6$ есть $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

4. Определить множество решений уравнения $2x+1=7$, если а) $x \in N$, б) $x \in Z$ (Z — множество целых чисел); в) $x \in Q$; г) $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

Решая уравнения и неравенства, мы выделяем из множества значений переменной подмножество тех ее значений, при которых предложение с переменной становится истинным высказыванием, т. е. множество решений этого предложения.

Понимание того, что буква в уравнении представляет переменную, поможет учащимся лучше уяснить вопрос о числе решений предложения с переменной, который решается различно в зависимости от области значений переменной.

При таком подходе хорошо раскрывается идея употребления букв для обозначения переменных. Появляется возможность выяснить четкий смысл таких важных и трудных понятий, как множество допустимых значений букв в предложении с переменной, множество решений такого предложения, посторонний корень, потеря корня.

При дальнейшем изучении алгебры учащиеся VI класса постепенно знакомились со сложными предложениями с союзами „и“, „или“, „если ..., то ...“, с равносильными предложениями.

Следует отметить, что тема „Сложные предложения“ не является новой для шестиклассников. Сложное предложение они изучали в IV классе.

При рассмотрении сложных предложений на уроках математики обращалось внимание на следующие два вопроса:

1. Как зависит истинность того или иного сложного предложения от истинности входящих в его состав простых предложений?

2. Как зависит истинность некоторых простых предложений, входящих в состав сложного предложения, от истинности сложного предложения и истинности остальных предложений, входящих в его состав?

Эти зависимости лежат в основе вывода заключений из данных посылок, их уяснение способствует пониманию логической структуры математических предложений.

Учащиеся приобретали навыки правильного построения сложных предложений с союзами „и“, „или“, „если..., то...“, со словосочетанием „тогда, и только тогда, когда“.

После детального выяснения смысла логических союзов мы ввели такие символы:

$\wedge$ — для обозначения союза „и“;

$\vee$ — для обозначения союза „или“ (термины „конъюнкция“ и „дизъюнкция“ не вводились);

$\Longrightarrow$ — для обозначения союза „если..., то...“;

$\Longleftrightarrow$ — для обозначения слова „равносильно“, а также выражений-синонимов „тогда, и только тогда, когда“, „необходимо и достаточно“.

Следует отметить, что употребление символов $\wedge$, $\vee$ для обозначения союзов „и“, „или“ не обязательно; главное не в обозначениях, а в уточнении смысла союза. Однако использование символов $\Longrightarrow$, $\Longleftrightarrow$ мы считаем очень полезным, так как они сокращают записи математических предложений и делают наглядной их логическую структуру.

Усвоенные учащимися некоторые теоретико-множественные и логические понятия использовались при решении линейных уравнений с переменной под знаком модуля, уравнений второй и третьей степени, левая часть которых разлагается на множители, при тождественных преобразованиях.

Использование теоретико-множественных понятий позволяет подчеркнуть роль того основного множества, элементы которого являются значениями переменной, входящей в уравнение или неравенство.

При решении некоторых уравнений мы основывались на теореме: „Произведение двух чисел a и b равно нулю тогда, и только тогда, когда первый множитель a равен нулю или второй множитель b равен нулю“. Эта теорема записывалась при помощи математических символов так:

$$(a \cdot b = 0) \Longleftrightarrow (a = 0 \vee b = 0) \vee (a = 0 \wedge b = 0).$$

Рассмотрим некоторые примеры.

1. Найти множество решений уравнения, если $x,\ y \in Q$:

а) $4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x$.

Решение. $4x^2 - 9x^2 + 6x + 15x = 0;$

$$-5x^2 + 21x = 0;$$

$$x(-5x + 21) = 0 \Longleftrightarrow (x = 0) \text{ или } (-5x + 21 = 0).$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x = 4{,}2.$$

$$\{x \mid 4x^2 + 6x = 9x^2 - 15x\} = \{0;\ 4{,}2\};$$

б) $(x - 3)^2 - 4 = 0$.

Решение. $(x - 3 - 2)(x - 3 + 2) = 0;$

$$(x - 5)\ (x - 1) = 0 \Longleftrightarrow (x - 5 = 0) \text{ или } (x - 1 = 0);$$

$$x = 5 \qquad \text{или} \quad x = 1.$$

$$\{x \mid (x - 3)^2 - 4 = 0\} = \{5;\ 1\};$$

в) $y^3 + 3y^2 - y - 3 = 0$.

Решение. $y(y^2 - 1) + 3(y^2 - 1) = 0;$

$$(y^2 - 1)(y + 3) = 0;$$

$$[(y + 1)(y - 1)(y + 3) = 0] \Longleftrightarrow (y + 1 = 0) \vee$$

$$\vee (y - 1 = 0) \vee (y + 3 = 0);$$

$$(y = -1) \vee (y = 1) \vee (y = -3);$$

$$\{y \mid y^3 + 3y^2 - y - 3 = 0\} = \{-1;\ 1;\ -3\};$$

г) $|x - 2{,}5| = 3{,}5$.

Решение. $|x-2{,}5|=3{,}5 \Longleftrightarrow (x-2{,}5=3{,}5)$ или $(x-2{,}5=-3{,}5)$;

$(x=6)$ или $(x=-1)$;

$\{x \mid |x-2{,}5|=3{,}5\}=\{6;\ -1\}$.

2. Написать простые предложения, которые выражают ту же мысль, что и каждое из следующих сложных предложений, $x \in Q$:

а) $x \ngtr 7$ и $x \nless 7$. Ответы. $x=7$.
б) $x \neq 5$ и $x \nless 5$. $x>5$.
в) $x=-6$ или $x=6$. $|x|=6$.
г) $2x=6$ или $2x>6$. $2x \geqslant 6$.

3. Написать сложные предложения, равносильные каждому из следующих простых предложений, если $x \in Q$:

а) $x \neq 7$; Ответы. $x \neq 7 \Longleftrightarrow x>7$ или $x<7$.
б) $x \ngtr 4$; $x \ngtr 4 \Longleftrightarrow x=4$ или $x<4$.
в) $|x|>5$; $|x|>5 \Longleftrightarrow x>5$ или $x<-5$.

4. Указать на числовой оси множества точек, заданных следующими предложениями:
а) $x \leqslant 4$ и $x>-5{,}5$; б) $x \leqslant 4$ или $x>-5{,}5$ (рис. 1).

Опыт показал, что учащимся вполне доступен смысл логических понятий, если их вводить на традиционном материале по мере необходимости и

Рис. 1.

разъяснять с помощью специально подобранных упражнений. Использование этих знаний облегчает сознательное усвоение понятий абсолютной величины, множества решений уравнения (неравенства), а также приемы решения уравнений второй и третьей степени, левая часть которых разлагается на множители. Результаты проведенного эксперимента подкрепляют предположение о том, что подобную работу целесообразнее начать даже раньше (например, при изучении темы „Выражения“ в IV классе).

В VII классе при рассмотрении темы „Неравенства“ были введены операции пересечения и объединения множеств, а также символы для их обозначения. Эти операции вводились на конкретном математическом, а также на нематематическом, взятом из жизни, материале.

При введении операции пересечения множеств мы рассмотрели такие примеры.

Пример 1. Пусть A — множество всех спортсменов VII класса, B — множество всех отличников этого же класса. Составить множество всех учащихся, которые являются и спортсменами и отличниками.

Рассмотрим два случая:

а) в классе нет спортсменов-отличников (рис. 2);

б) в классе есть спортсмены-отличники (рис. 3).

Множества мы изображали графически при помощи диаграмм Эйлера-Венна (см. рис. 2, 3).

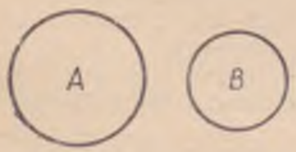

Рис. 2.

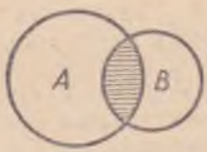

Рис. 3.

В случае а) множества A и B не имеют общих элементов. В случае б) множества A и B имеют общие элементы. При этом образуется новое множество C, которое называется *пересечением* заданных множеств.

Пересечением множеств A и B называется множество, состоящее из всех тех, и только тех, элементов, которые принадлежат и множеству A и множеству B.

Мы обратили внимание учащихся на соглашение о том, что два множества образуют пересечение и в том случае, когда они не имеют общих элементов. Пересечение таких множеств не содержит ни одного элемента, т. е. является *пустым* множеством. Таким образом, множества A и B образуют пересечение C и в случае а), причем $C = \varnothing$ (пустое множество).

Пример 2. Составьте множество P всех целых положительных делителей числа 18 и множество M всех целых положительных делителей числа 24. Найдите пересечение этих двух множеств. Каждое число, принадлежащее множеству $P \cap M$, является делителем числа 18 и числа 24, т. е. их общим делителем. Найдите наибольший общий делитель чисел 18 и 24.

Если ввести операции над множествами в V классе, то примеры, подобные последнему, можно дать при изучении теории делимости чисел.

При введении операции объединения двух множеств A и B мы рассмотрели множества A и B из примера 1. Предлагалось составить множество всех учащихся, которые являются спортсменами или отличниками.

Пример 3. Найти пересечение и объединение множеств P и M:

$$P = \{x \mid x \geqslant -5\}; \quad M = \{x \mid x \leqslant -4\}.$$

Решение.

а) $P \cap M = K$. $\qquad K = \{x \mid -5 \leqslant x \leqslant -4\}$.

б) $P \cup M = L$. $\qquad L = \{x \mid x \in D\}$ $\quad$ (D — множество действительных чисел).

Введенные теоретико-множественные и логические понятия широко использовались при решении неравенств первой степени с одной переменной, неравенств второй и третьей степени, левая часть которых разлагается на множители, неравенств с переменной под знаком модуля, дробно-рациональных неравенств, а также систем неравенств первой степени.

Рассмотрим некоторые примеры на решение неравенств.

При решении неравенств мы основываемся на теоремах:

а) $a \cdot b > 0 \Longleftrightarrow (a > 0$ и $b > 0)$ или $(a < 0$ и $b < 0)$;
б) $a \cdot b < 0 \Longleftrightarrow (a < 0$ и $b > 0)$ или $(a > 0$ и $b < 0)$;
в) $\frac{a}{b} \geqslant 0 \Longleftrightarrow (a \geqslant 0$ и $b > 0)$ или $(a \leqslant 0$ и $b < 0)$;
г) $\frac{a}{b} \leqslant 0 \Longleftrightarrow (a \leqslant 0$ и $b > 0)$ или $(a \geqslant 0$ и $b < 0)$.

Примеры.

Найти множество решений неравенств и изобразить их на числовой оси:

1) $x^2 + x > 0$.

Решение. $x(x+1) > 0 \Longleftrightarrow (x > 0$ и $x + 1 > 0)$ или $(x < 0$ и $x + 1 < 0)$;

$$(x > 0 \text{ и } x > -1) \text{ или } (x < 0 \text{ и } x < -1).$$

Неравенство равносильно двум сложным предложениям с союзом „и“, которые соединены союзом „или“. Находим множество решений каждого сложного предложения с союзом „и“, т. е. пересечение множеств:

$$\{x \mid x > 0\} \cap \{x \mid \{x > -1\} = \{x \mid x > 0\}.$$

$$\{x \mid x < 0\} \cap \{x \mid x < -1\} = \{x \mid x < -1\}.$$

Затем находим объединение множеств $\{x \mid x > 0\}$ и $\{x \mid x < -1\}$ (рис. 4).

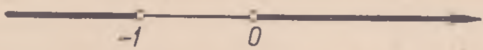

Рис. 4.

Ответ. $\{x \mid x^2 + x > 0\} = \{x \mid x > 0 \vee x < -1\}$.

2) $|-3x + 1| < 5$.

$|-3x + 1| < 5 \Longleftrightarrow (-3x + 1 \geqslant 0$ и $-3x + 1 < 5)$ или $(-3x + 1 < 0$ и $-3x + 1 > -5)$.

Данное неравенство равносильно двум системам неравенств, которые соединены союзом „или“:

$$\begin{cases} -3x \geqslant -1; \\ -3x < 4; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -3x < -1; \\ -3x > -6. \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} x \leqslant \frac{1}{3}; \\ x > -\frac{4}{3}; \end{array} \right. \text{ или } \left| \begin{array}{l} x > \frac{1}{3}; \\ x < 2. \end{array} \right.$$

Решая каждую систему, мы находим пересечение двух множеств (рис. 5).

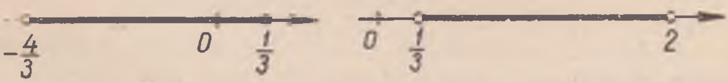

Рис. 5.

Найдем объединение полученных множеств (рис. 6).

Ответ. $\{x \mid |-3x+1|<5\} = \left\{x \mid -\frac{4}{3} < x < 2\right\}$.

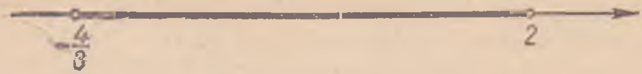

Рис. 6.

3) $\frac{x+3}{x-5} \leqslant 0$.

$$(x+3 \leqslant 0 \text{ и } x-5>0) \text{ или } (x+3 \geqslant 0 \text{ и } x-5<0).$$

$$(x \leqslant -3 \text{ и } x>5) \text{ или } (x \geqslant -3 \text{ и } x<5).$$

Находим пересечение множеств (рис. 7 и 8):

а) $\{x \mid x \leqslant -3\} \cap \{x \mid x>5\} = \varnothing$ (пустое множество);

б) $\{x \mid x \geqslant -3\} \cap \{x \mid x<5\} = \{x \mid -3 \leqslant x < 5\}$.

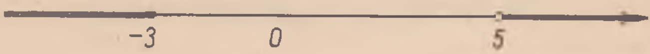

Рис. 7.

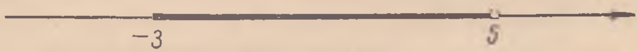

Рис. 8.

Находим объединение множеств пустого и $\{x \mid -3 \leqslant x < 5\}$.

Ответ. $\left\{x \,\middle|\, \frac{x+3}{x-5} \leqslant 0\right\} = \{x \mid -3 \leqslant x < 5\}$.

Учащиеся были ознакомлены и с решением неравенств методом интервалов.

При решении неравенств методом интервалов часто записываются только условие задачи и ответ к ней, а процесс решения никак не фиксируется. Например, решая неравенство $x^2-4x-5>0$ (1), учащиеся обычно записывают лишь следующее:

$$(x-5)(x+1)>0; \quad x<-1; \; x>5.$$

Решение неравенств с использованием языка логики позволяет фиксировать каждый шаг рассуждений. Например, решая неравенство (1), учащиеся записывают:

$$(x-5)(x+1)>0 \iff (x-5>0 \text{ и } x+1>0) \text{ или}$$
$$(x-5<0 \text{ и } x+1<0) \iff (x>5 \text{ и } x>-1) \text{ или}$$
$$(x<5 \text{ и } x<-1) \iff x>5 \text{ или } x<-1.$$

Рис. 9.

Подробный логический анализ решения неравенств способствует более глубокому усвоению этого материала, осознанности записей, улучшает математическую речь. Использование теоретико-множественных и логических обозначений позволяет зафиксировать на бумаге то, что объясняется обычно учителем лишь словесно и потому выпадает иногда из поля зрения учащихся.

Раннее введение теоретико-множественных и логических понятий, на наш взгляд, является одним из необходимых шагов на пути постепенной перестройки школьного курса математики в направлении сближения его с современной математической наукой.