

## ОРГАНИЗАЦИЯ ОБЪЕКТИВНОГО ИЗУЧЕНИЯ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Обучение математике и развитие познавательной деятельности учащихся могут успешно осуществляться при условии постоянного изучения усвоенных учащимися знаний. Поэтому проблема объективной проверки знаний является одной из актуальных проблем в педагогике. Решение этой проблемы можно вести в двух направлениях:

- а) обеспечение объективного подхода при изучении состояния знаний больших коллективов учащихся,
- б) обеспечение такого подхода при изучении состояния знаний отдельного ученика. В статье рассматривается только первое направление.

В проблеме изучения состояния знаний выделяются следующие основные этапы:

- 1) отбор результатов обучения, подлежащих проверке (определенные знания, умения, навыки, общее математическое развитие, математическая культура, качество личности, формируемое в процессе обучения),
- 2) составление контрольных заданий,
- 3) организация проверки,
- 4) обработка и оценка ответов учащихся.

Объективное изучение знаний заключается в нахождении таких методов осуществления всех перечисленных этапов проверки, при которых обеспечивается максимально возможное соответствие результатов изучения знаний учащихся действительному состоянию их знаний.

Изучение состояния знаний, как правило, предпринимается с целью определения степени усвоения того или иного материала, оценки путей улучшения содержания, организации или методов обучения.

Для выявления более эффективной по содержанию программы или формы организации обучения необходимо установить критерии их сравнительной оценки. Одним из таких критериев является уровень развития знаний (или других результатов обучения) большинства учащихся, которые обучались по разным программам или в отличных по организации системах обучения.

После определения задачи исследования нужно выбрать и измерить у учащихся те результаты обучения, состояние которых позволит дать объективный ответ на поставленную задачу. Однако в зависимости от мнения и опыта лиц, проводящих проверку, для решения одной и той же задачи ими могут быть отобраны и измерены различные пересекающиеся или не пересекающиеся между собой совокупности результатов обучения. Поэтому очень важным моментом является оценка правильности произведенного отбора.

В настоящее время еще не найдены точные методы, позволяющие количественно оценить возможность использования показателей состояния отобранных для проверки результатов обучения как объективных критериев для решения тех или иных педагогических задач. Несмотря на это, все же имеются некоторые возможности уменьшить субъективное влияние лиц, проводящих проверку, на отбор результатов обучения.

Значительно повысит объективность отбора соблюдение некоторых рекомендаций.

а) Выбор проверяемых результатов обучения определяется целью исследования. Он зависит от того, что именно измеряется: общая математическая подготовка учащихся, усвоение какого-либо раздела курса, эффективность метода обучения, вычислительные навыки и пр.

Предположим, что целью исследования является выяснение зависимости между знаниями по математике и физике. То есть нужно, например, установить,

насколько успешно будет проходить изучение физики в зависимости от овладения учащимися некоторыми математическими знаниями. Для ответа на этот вопрос необходимо сравнить, например, состояние знаний по физике со знанием из курса математики системы мер и весов, систем единиц, с умениями устанавливать функциональную зависимость величин, выполнять тождественные преобразования, решать уравнения, выполнять действия с целыми, дробными числами.

Если целью исследования является проверка умения учащихся решать задачи на движение, то достаточно измерить умение решать задачи на встречное движение и на движение в одном направлении.

Таким образом, для получения достоверных опытных данных необходимо, определив задачу исследования, заранее спланировать, изучение каких результатов обучения будет служить источником получения этих данных. Существенную помощь в отборе результатов может оказать четкая формулировка задачи исследования в форме гипотезы, которую надо подтвердить или опровергнуть. Гипотеза должна быть конструктивной, т. е. она должна содержать предположение о том, какие причины (метод обучения, программа и т. п.), по мнению исследователя, оказывают влияние на уровень развития тех или иных результатов обучения. Например, гипотеза: начало систематического изучения функций на ранней ступени обучения (VI класс) способствует улучшению функциональной подготовки учащихся по сравнению с подготовкой, полученной к концу восьмилетнего обучения по действующей программе. Проверка такой гипотезы позволит сделать выводы относительно содержания, организации, методов обучения.

б) Для проверки необходимо отобрать только несколько результатов обучения, состояние которых будет служить достаточным основанием для отклонения или подтверждения гипотезы.

Достижению объективности в этом отборе может способствовать использование предшествующего педагогического опыта и учет общественного мнения относительно важности развития у учащихся того или иного результата обучения. Нужные для этого сведения можно найти в научно-методической литературе.

ре, посвященной вопросам обучения и изучения психологии учащихся.

Учет общественного мнения очень важен для выявления требований, которые предъявляет окружающая нас действительность к знаниям учащихся.

в) Уменьшение влияния лиц, проводящих исследование, на отбор проверочного материала может быть достигнуто при осуществлении более строгого контроля за отбором результатов обучения. Для этого полезна такая система организации отбора проверочного материала:

1) цель исследования сообщается компетентным лицам (учителям, научным работникам, методистам), каждый из них (или весь коллектив в целом) составляет перечень результатов обучения, которые, по их мнению, следует измерить;

2) составленный список обсуждается, исправляется, пополняется, после чего комиссия, которая руководит исследованием, окончательно утверждает список.

г) Наибольшей объективности в отборе проверочного материала можно добиться при наличии подробных перечней результатов обучения, которыми должны владеть учащиеся после изучения отдельных разделов или всего курса математики.

Таковыми списками следовало бы сопровождать новые программы по математике. Если вначале эти перечни будут в достаточной мере субъективными, то под воздействием школьного опыта и общественного мнения они будут изменяться и в итоге давать более точное представление о содержании математической подготовки учащихся.

Первый этап организации изучения знаний считается завершенным, если исследователи располагают перечнем результатов обучения, подлежащих измерению.

Например, в качестве показателей, позволяющих судить об уровне функциональной подготовки учащихся VIII класса, можно использовать уровни развития следующих умений:

1) из соответствий, заданных разными способами (графиком, уравнением, описанием), выделять функциональные;

2) строить графики изученных функций на основе свойств функций и по точкам;

3) определять свойства функции по графику и по аналитическому выражению;

4) задать одну и ту же функцию различными способами (графиком, таблицей, уравнением, описанием);

5) применять свойства функции при решении уравнений, неравенств, в тождественных преобразованиях, при изучении новых разделов школьного курса математики.

## II

При составлении контрольных заданий обычно руководствуются целью проверки. Например, проверке подлежат несколько результатов обучения:

1) функциональная подготовка;

2) вычислительные навыки;

3) навыки выполнения тождественных преобразований;

4) понимание прочитанного текста.

Основной недостаток указанного списка заключается в возможности широкой трактовки содержания каждого из пунктов. Их нужно максимально конкретизировать. Так, например, для заключения о состоянии навыков тождественных преобразований учащихся IV класса, обучающихся по новой программе, нужно проверить умения:

1) приводить подобные члены;

2) переносить члены из одной части уравнения в другую.

В данном случае объем знаний, которые нужно измерить, определяется программой. Из приведенного примера видно, что конкретизация цели исследования заключается в отыскании знаний и умений, уровни развития которых служат показателями состояния измеряемого результата обучения. Такую конкретизацию сравнительно легко осуществить по отношению к частным умениям, показатели развития которых можно определить из программы.

Гораздо труднее конкретизировать цели в случае измерения результатов обучения более общего харак-

тера, например: вычислительной культуры учащихся; умений, формируемых в процессе изучения ряда предметов (например, умения делать выводы); творческих способностей учащихся.

Однако можно определить знания, состояние которых является косвенными показателями развития сложных умений. Например, невозможно непосредственно измерить понимание прочитанного текста. Но косвенными показателями этого умения могут служить: умение отыскивать неправильности в содержании или последовательности изложения математических фактов, в доказательстве математического предложения, в решении конкретной задачи, умение применить сведения, почерпнутые из прочитанного текста, на практике, и пр.

При составлении контрольных заданий большую пользу могут принести четкие описания программных требований к знаниям учащихся.

В объяснительной записке к новой программе по математике можно найти описание уровней развития некоторых умений. Как правило, описание деятельности дается только для одного уровня, а именно: уровня, являющегося обязательным для большинства учащихся. Например, по теме „Уравнения и системы уравнений“ (VII класс):

„Примеры нелинейных систем уравнений должны подбираться так, чтобы их алгебраическое решение не представляло трудностей, но соответствующие им геометрические картины были разнообразны; например, четыре решения системы

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$$

изображаются точками пересечения окружности и пары прямых“.

По теме „Дробные показатели степени“ (VIII класс):

„Примеры иррациональных уравнений для обязательных контрольных работ:

$$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = a; \quad \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 1 \frac{1}{2}.$$

Таким образом, описание деятельности, характерной для различных уровней усвоения измеряемых зна-

ний, можно дать перечислением конкретных заданий, решение которых должно быть доступно учащимся на каждом из этих уровней.

Выбор оснований для выделения различных уровней состояния измеряемых знаний зависит от цели исследования, особенностей этих знаний, требований программы, целей обучения.

Эти основания, а следовательно, и описание деятельности, характерной для каждого уровня, на первоначальном этапе исследования будут в значительной мере отражать принципы, мнения, взгляды лиц, ведущих исследование.

Однако использование описания уровней на практике позволит внести в них необходимые изменения и уточнения и тем самым снизить их субъективный оттенок.

Составление таких описаний, пусть даже в достаточной мере субъективных, является основой для осуществления единого подхода к выявлению и сравнению знаний учащихся. Оценки качества знаний различных групп учащихся будут справедливы с точки зрения этих критериев.

Конкретизация целей исследования облегчает составление первого варианта контрольной работы.

Вопрос включения каждого задания этой работы в окончательный вариант или изменения его содержания и редакции может быть решен только в процессе проверки. Для этой цели отбирается сравнительно небольшая группа из 50—100 различных по успеваемости и развитию учащихся. Результаты выполнения работы этими учащимися позволяют выяснить:

1) насколько содержание задания соответствует целям проверки и возможностям учащихся, для которых составлена работа;

2) однозначно ли учащиеся понимают условие задачи.

При решении поставленных проблем можно использовать некоторые количественные критерии.

Одним из таких критериев может служить трудность задания. Будем считать, что трудность задания численно равна проценту учащихся проверочной группы, верно ответивших на это задание. Например, из 80 человек на первый вопрос работы верно отве-

тили 60 человек. Тогда трудность этого задания численно равна 75.  $\left(\frac{60 \cdot 100\%}{80} = 75\%\right)$ .

Однако этот способ определения трудности имеет существенные недостатки. Оценка истинной трудности задания может быть сильно искажена по ряду причин, например вследствие неудачного изложения материала в учебнике или из-за неудачного объяснения этого материала учителем, обучавшим учащихся.

Показатель трудности задания может быть использован в зависимости от цели работы как мотив для отклонения или включения задания в текст работы, изменения его редакции, расположения в ряду других заданий. Слова „в зависимости от цели работы“ вставлены не случайно. Так, если цель работы заключается в выявлении учащихся с хорошей математической подготовкой, то в текст работы следует включить в основном трудные задания.

При составлении и отборе заданий можно пользоваться еще одним критерием — дифференцировочной возможностью (различительной силой) задания.

Дифференцировочную возможность можно определить как свойство задания, позволяющее по ответу на это задание уловить различие в уровне измеряемых знаний у учащихся проверочной группы.

Считается, что задание обладает высокой различительной возможностью, если верный ответ на него могут дать только учащиеся, хорошо усвоившие материал. Остальные учащиеся обязательно выполняют это задание неверно. Показателем дифференцировочной возможности задания принято считать разность трудностей этого задания для сильных и слабых (в отношении измеряемых знаний) учащихся. Так, если в первой группе трудность задания равна, например, 24, а во второй — 65, то дифференцировочная возможность оценивается числом 41 ( $65 - 24 = 41$ ).

Отбор учащихся в сильную и слабую группы проводится на основе четвертных оценок или результатов выполнения учащимися проверочной группы всей работы. Например, в сильную подгруппу выделяют 25% учащихся всей группы, имеющих наибольшее число верных ответов на контрольные задания по сравнению с другими учащимися. В слабую подгруппу



отбирают 25% учащихся, имеющих наименьшее число верных ответов. Такая система отбора представляется обоснованной особенно в тех случаях, когда при выводе четвертных оценок не учитывались знания, проверяемые данной работой.

Если задание имеет низкую различительную способность, то причиной может быть следующее:

1) редакция задания неудачна, задание сформулировано нечетко, непривычно, содержит неточные выражения;

2) для решения требуется знание другого предмета, например физики или химии;

3) задание или очень легкое, или очень трудное для любого учащегося данного года обучения;

4) задание измеряет результат обучения, отличный от того, который проверяется всеми остальными заданиями.

Если причина относится к 1-му и 4-му пунктам, то следует или исключить задание, или изменить его редакцию и проверить еще раз. Если причина относится ко 2-му или 3-му пунктам, то вопрос о включении задания следует решать в зависимости от цели работы.

Таким образом, учет показателей трудности и дифференцировочной силы задания оказывает существенную помощь при составлении контрольных заданий.

При проверке знаний необходимо обеспечить максимальную объективность оценки правильности ответов учащихся на контрольные задания. Решение этой проблемы находится в прямой зависимости от условий, в которые поставлен учащийся при нахождении ответа.

Здесь возможны две ситуации:

1) вопрос предлагается учащемуся вместе с готовыми ответами, один или несколько из которых верные;

2) ответ на вопрос учащийся должен сформулировать самостоятельно.

В первом случае объективность оценки ответа учащегося достигается сравнительно просто. В связи с этим задания с готовыми ответами получают все большее распространение, особенно в связи с осуществлением программированного обучения.

По-другому приходится решать эту проблему во втором случае.

Задания со свободным ответом можно эффективно использовать для измерения самых различных результатов обучения.

Однако для записи ответа учащийся вынужден пользоваться словами и символами. В тех случаях, когда правильный ответ на вопрос может быть записан в виде чертежа или единственно возможной комбинации слов и символов, оценка не вызывает затруднений.

Например:

1. Вопрос. Решите уравнение

$$x + 5 = x + 7.$$

Ответ. Уравнение не имеет решений.

2. Вопрос. Найдите 39-е четное число натурального ряда.

Ответ. 78.

Однако таким свойством обладает далеко не всякое задание. В иных случаях приходится составлять подробную инструкцию, позволяющую любому проверяющему объективно оценить ответ учащегося.

Например:

Вопрос. Если сумма двух чисел есть число четное, то каким числом (четным или нечетным) будет произведение этих чисел? Приведите примеры.

Инструкция к оценке этого задания может быть записана следующим образом: ответ следует считать верным, если рассмотрены два возможных случая (произведение — число четное и нечетное) и на каждый из них приведен пример.

Однако составить такую инструкцию к контрольной работе далеко не просто. Особенно в тех случаях, когда решение вопроса требует связного подробного изложения большого по объему материала или записи последовательности рассуждений и вычислений, произведенных учащимися.

Поэтому при составлении контрольных работ для массовой проверки знаний учащихся пока приходится отказываться от заданий, к которым не удастся составить краткую и ясную инструкцию оценки ответа.

После предварительной проверки заданий составляется текст контрольной работы. Проверочная ценность этого текста оценивается показателями надежности и достоверности.

Надежность работы характеризуют следующие факторы: 1) измеряет ли работа тот результат обучения, который мы ставили целью измерить, измеряет ли она его глубоко и полно (всесторонне) и 2) не измеряет ли она другие результаты обучения.

Например, для выявления вычислительных навыков учащихся проводится работа, состоящая из отдельных примеров в одно действие. Каждое задание действительно измеряет желаемый навык. Однако по результатам выполнения такой работы нельзя сделать вывод об умении школьников определять порядок действий. А без этих данных невозможно дать объективную всестороннюю характеристику состояния вычислительных навыков учащихся.

Определить „надежность“ работы можно теоретически (теоретически обосновать надежность содержания работы для измерения желаемых знаний) и эмпирически (на основе сравнения результатов выполнения работы учащимися с результатами, полученными при изучении знаний этих же учащихся другим способом). Эмпирический метод позволяет получить количественный показатель надежности работы, так называемый коэффициент надежности.

Пусть, например, имеется тест, измеряющий тот же результат обучения, что и наша работа. Надежность теста доказана в процессе его использования в школьной практике. Одной и той же проверочной группе учащихся предлагают и тест и нашу работу. В этом случае надежность работы численно равна коэффициенту корреляции оценок учащихся группы по тесту и по работе. Чем ближе коэффициент корреляции к 1, тем лучше наша работа измеряет нужные знания.

Чем выше значение коэффициента надежности, тем надежнее измеряет работа знания учащихся. Однако многолетний опыт показал, что значение коэффициента, близкое, например, к 0,8, удается получить очень редко. Для большинства работ значение коэффициента не превосходит 0,6.

Вопрос об использовании работы, имеющей низкий коэффициент надежности, можно решить только при сравнении результатов по этой работе с результатами, полученными при проверке знаний другими методами.

Если дополнительные исследования покажут, что 1) новая работа дает возможность точнее и быстрее оценить нужные знания, чем другие методы и работы, применявшиеся ранее для этой цели, или 2) при использовании работы удастся получить новую информацию, отличную от той, которую можно было получить при старых методах изучения знаний, то, несмотря на малое значение коэффициента надежности, работа может применяться для измерения нужных знаний.

Определением надежности завершается только первая часть исследования содержания работы.

Множество различных факторов оказывает влияние на результат выполнения работы каждым учащимся в отдельности и всей проверочной группой в целом.

Основным фактором является состояние измеряемых работой знаний учащихся к моменту выполнения работы.

Все остальные факторы можно разделить на следующие три группы:

1) особенности содержания заданий, включенных в работу;

2) привычка учащихся к выполнению определенной деятельности (например, умение отвечать на вопросы тестового характера);

3) настроение, состояние здоровья, отношение учащихся к работе во время ее выполнения.

В связи с этим возникает вопрос об оценке еще одного свойства содержания работы, которое принято называть достоверностью работы.

Достоверность характеризуется точностью соответствия полученных результатов проверки (оценок учащихся по работе) действительному состоянию измеряемых знаний у учащихся проверочной группы.

Чем выше достоверность работы, тем больше зависит оценка, полученная учащимся за выполнение работы, от состояния знаний этого ученика и тем меньше она (оценка) зависит от влияния случайных факторов, перечисленных выше.

Достоверность работы можно оценить на основе сравнения результатов, полученных при многократном выполнении данной работы одной и той же группой учащихся. Чем выше стабильность результатов выполнения работы для каждого ученика, тем достовернее работа.

Разберем один из возможных методов, позволяющих количественно оценить достоверность работы.

Учащиеся проверочной группы дважды выполняют одну и ту же работу с разрывом в 2—3, максимально в 4 дня. О том, что работу придется писать два раза, учащиеся не предупреждаются. Никакого разбора и исправления ошибок, допущенных учащимися при первом выполнении контрольных заданий, не производится.

В связи с этим можно предположить, что состояние знаний, измеряемых работой, будет примерно одинаковым в момент первой и второй проверок.

О стабильности результатов можно судить по совпадению оценок, полученных каждым учащимся при двукратном контроле.

Количественной мерой совпадения оценок является коэффициент корреляции этих оценок.

Чем больше значение этого коэффициента, тем стабильнее результаты измерения знаний учащихся и, следовательно, тем достовернее работа, которой эти измерения производились.

### III

Организация проверки состоит из трех этапов:

- 1) выбора метода проверки;
  - 2) подбора группы учащихся для проверки знаний;
  - 3) составления инструкции проведения проверки.
- Остановимся на каждом этапе проверки.

1) Существенное влияние на объективность выявления состояния знаний имеет правильный выбор метода проверки. Все методы проверки можно разделить на письменные (обычные письменные контрольные работы, тесты любого вида, анкеты) и устные (устный опрос, индивидуальная беседа с учащимися). Письменный метод полезен при выяснении фактических знаний, уровня развития отдельных умений и навыков (в этом случае нас меньше интересуют процесс рас-

суждений и приемы поиска ответа, чем правильность самого решения и характерные ошибки, допущенные при этом).

Если задачей исследования является изучение умственной деятельности учащихся при поиске решения, то эффективным методом проверки является устный метод, используя который можно зафиксировать (путем дополнительных вопросов) малейшие оттенки этой деятельности.

Таким образом, выбор метода проверки определяется целью исследования. В отдельных случаях только сочетание нескольких различных методов позволит решить задачу, стоящую перед экспериментаторами.

## 2) Подбор группы учащихся для проверки знаний.

Педагогические явления представляют собой процессы, испытывающие всевозможные колебания от действия многих случайных причин.

На первый взгляд кажется невозможным устранить влияние этих причин и выявить закономерности, лежащие в основе педагогических явлений. Однако это предположение неверно, так как измерения свойств педагогических явлений подчиняются закону больших чисел.

В педагогических терминах содержание закона больших чисел можно сформулировать так: при увеличении объема группы учащихся, у которых проверяются знания, происходит взаимное погашение индивидуальных отклонений в знаниях отдельных учащихся от некоторого среднего уровня, характерного для всей совокупности учащихся.

Сделаем вывод: о состоянии знаний большого коллектива учащихся можно судить по результатам проверки группы учащихся, являющейся частью этого коллектива. Однако, для того чтобы полученные выводы были достоверными, эта группа должна быть достаточно большой и качественно представительной, т. е. имеющей особенности, присущие всей совокупности учащихся (а не случайные признаки). Это возможно в том случае, если члены группы взяты из рассматриваемой совокупности, но из разных школ, обучаются у разных учителей, имеют различную подготовку. Группы, удовлетворяющие этим требованиям, принято называть репрезентативными.

Методика составления репрезентативной группы учащихся зависит от цели исследования. Так, при изучении эффективности какого-либо метода обучения преимущество данного метода перед другим может быть выяснено в результате измерения знаний двух групп учащихся, обучавшихся разными методами.

Полученные результаты можно считать достоверными только в том случае, когда исследование ведется на двух эквивалентных группах учащихся. В каждой из этих групп должны быть примерно одинаковые по своим педагогическим качествам учителя, а также состояние знаний и уровень развития учащихся к началу эксперимента. Показателями состояния знаний и уровня развития учащихся могут служить отметки учеников по математике и характеристики, написанные учителем. Для большей уверенности можно учесть оценки, полученные учащимися за прежние годы по этому предмету, по другим предметам, за специальные контрольные работы, которые составляли экспериментаторы для выяснения состояния знаний учащихся.

Как уже было сказано, влияние случайных факторов на результаты эксперимента может быть уменьшено, если число учащихся достаточно велико, а объекты, отобранные для измерения, максимально однородны в отношении неизмеряемых качеств и максимально вариативны по измеряемому качеству.

#### IV

Для использования статистических методов при обработке результатов целесообразно оценивать выполнение работы учащимся суммой данных им верных ответов (верный ответ оценивается 1, а неверный ответ или отсутствие ответа — нулем).

Все оценки учащихся, выполнявших работу, выписываются в ряд. Применение статистических методов обработки результатов измерений позволяет получить некоторые количественные показатели, характеризующие особенности ряда распределения оценок. Эти показатели будут служить одновременно характеристиками состояния измеренных знаний. Существует возможность оценить достоверность этих характеристик при распространении их на всю совокупность учащихся, из которой была взята репрезентативная

группа. Эта возможность и является преимуществом предложенной системы организации изучения знаний учащихся.

Перечислим некоторые характеристики, которые можно найти для ряда распределения оценок учащихся по работе:

а) расположение этих оценок в ряд по возрастанию (убыванию), интервальное распределение оценок в случае большого числа вопросов, ранговое распределение оценок по двум работам, выполненным одной и той же группой учащихся; вычисление размаха (разность наибольшей и наименьшей оценок),

б) графическое изображение ряда распределения оценок: гистограммы, полигоны, огивы;

в) определение центральных тенденций ряда распределения оценок; вычисление среднего арифметического, медианы, моды;

г) определение изменчивости результатов около средней: среднее квадратическое, квартильное отклонение;

д) определение значимости разности средних и дисперсий двух распределений;

е) определение зависимости изменения одного качества от изменения другого качества: вычисление коэффициентов корреляции.

Вернемся к вопросу об оценке работы учащихся. Оценка, выраженная суммой верных ответов на контрольные задания, или баллы, заработанные учеником, пока ничего не говорят об уровне успешности обучения. Некоторые характеристики уровня развития измеряемого качества можно получить в результате сравнения баллов, полученных учащимися, с нормами и стандартами, установленными для этой работы.

Стандарт — это число, характеризующее предполагаемый уровень выполнения работы учащимися какой-либо совокупности. Стандарт определяется на основе учета требований программы и возможностей учащихся данной совокупности.

Норма — это число, характеризующее достигнутый учащимися в действительности уровень выполнения работы. Норма устанавливается на основе результатов, полученных при проверке этой работы на репрезентативной группе учащихся. Она численно равна



среднему арифметическому баллов, полученных учащимися этой группы за выполнение работы.

Стандарты иногда совпадают с нормами, но чаще отличаются от них.

Так, например, в 1962—1963 гг. сектор обучения математике Института общего и политехнического образования проводил изучение функциональных представлений учащихся восьмых классов. Работа состояла из 8 вопросов, для ответа на которые учащиеся должны были определить свойства функции по ее графику (был предложен график квадратного трехчлена).

### Контрольная работа по алгебре Вариант 1

Ребята! Вам предлагаются 8 вопросов.

К каждому из них в пунктах а), б), в) даны ответы.

Внимательно прочитайте вопрос и, пользуясь чертёжом, определите, какой из ответов является правильным.

На рисунке 1 изображен график квадратного трехчлена. Ответить на вопросы, пользуясь данным чертёжом.

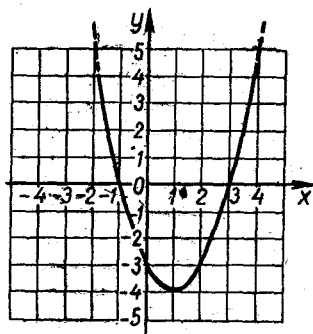


Рис. 1.

1. При каких значениях аргумента (переменной)  $x$  значения функции  $y$  равны 0:

- а) при  $x = -3$ ;
- б) при  $x = -1$  и  $x = 3$ ;
- в) при  $x = 1$ ;
- г) „не знаю“?

2. При каких значениях аргумента  $x$  значения функции  $y$  положительны:

- а) при  $x > 0$ ;
- б) при  $x < -1$  и  $x > 3$ ;
- в) при  $x > -3$ ;
- г) „не знаю“?

3) При каких значениях аргумента  $x$  значения функции  $y$  отрицательны:

- а) при  $-1 < x < 3$ ;
- б) при  $-4 < x < 0$ ;
- в) при  $x < 0$ ;
- г) „не знаю“?

4. При каких значениях аргумента  $x$  функция  $y$  возрастает:

- а) при  $x > -4$ ;
- б) при  $x > 0$ ;
- в) при  $x > 1$ ;
- г) „не знаю“?

5) При каких значениях аргумента  $x$  функция  $y$  убывает:

- а) при  $x < 1$ ;
- б) при  $x > -1$ ;
- в) при  $x < 3$ ;
- г) „не знаю“?

6. При каких значениях аргумента  $x$  функция  $y$  имеет наименьшее значение:

- а) при  $x = -1$ ;
- б) при  $x = -4$ ;
- в) при  $x = 1$ ;
- г) „не знаю“?

7. Какое из перечисленных значений может принимать функция  $y$ :

- а)  $y = 0$ ;
- б)  $y = -5$ ;
- в)  $y = 50$ ;
- г) „не знаю“?

8. График какой из перечисленных функций (заданных формулами) изображен на рисунке:

- а)  $y = (x + 4)^2 - 1$ ;
- б)  $y = (x + 1)^2 - 4$ ;
- в)  $y = (x - 1)^2 - 4$ ;
- г) „не знаю“?

Работа проводилась в мае месяце, когда заканчивается повторение пройденного. Считалось, что ученик VIII класса должен безошибочно ответить на все вопросы, т. е. стандарт определили равным 8 баллам.

Однако норма выполнения этой работы, установленная на репрезентативной группе учащихся восьмых классов, оказалась равной 7 баллам, т. е. в среднем верный ответ учащиеся давали на 7 вопросов из 8.

В результате влияния различных случайных факторов баллы, полученные отдельными учащимися за выполнение работы, являются весьма приблизительной оценкой их действительных знаний. Но по отношению к большому коллективу учащихся этого влияния следует опасаться меньше (действует закон больших чисел). Поэтому интересно сравнить со стандартами и нормами, установленными для работы, результаты, показанные не одним учеником, а средние результаты отдельных групп учащихся, выполнявших эту работу.

Сравнение норм, полученных для отдельных коллективов учащихся, с установленными стандартами выполнения этой работы дает возможность сделать вывод об уровне измеряемых у учащихся знаний по отношению к идеальному уровню, который должен быть сформирован у любого среднего ученика данной ступени обучения.

Сравнение уровня знаний отдельных групп учащихся между собой возможно на основе сравнения норм, установленных по результатам выполнения каждой из этих групп учащихся одной и той же работы. Сравнение этих же норм с нормой, полученной для репрезентативной группы, выполнявшей ту же работу, определит успешность класса по отношению к средней успешности учащихся данного года обучения.

Если в течение ряда лет предлагать одну и ту же работу репрезентативной группе учащихся определенного возраста, то полученные таким образом нормы позволят проследить направление изменения знаний, измеряемых работой, с течением времени. Устанавливаемые в течение ряда лет нормы могут затем служить руководством при выработке стандартов.

Изложенный в статье метод во многих отношениях отличается от используемых сейчас в школе методов контроля знаний и позволяет осуществлять разностороннее изучение знаний учащихся. Выполнение требований, предъявляемых к организации проверки знаний по этой методике, способствует получению более объективных экспериментальных данных.